

Лабораторная работа № 2

Передаточные функции, нуль-полюсные диаграммы, АЧХ, ФЧХ, импульсные и переходные характеристики цифровых фильтров

2.1. Цель работы

Закрепить лекционный материал, относящийся к основным характеристикам цифровых фильтров: передаточные функции, нуль- полюсные диаграммы, АЧХ, ФЧХ, импульсные и переходные характеристики.

2.2. Подготовка к лабораторной работе

1. Для нерекурсивных фильтров, используя общую форму записи передаточной функции

$$H(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}, \quad (2.1)$$

- построить нуль-полюсные диаграммы;
- записать разностные уравнения;
- вывести выражения для дискретной импульсной характеристики (ДИХ) $h(n)$;
- рассчитать и построить АЧХ, ФЧХ, ДИХ и переходную характеристику $g(n)$.

Коэффициенты фильтра a_1 и a_2 имеют следующие значения:

а) $a_1 = a_2 = 1$; б) $a_1 = a_2 = -1$; в) $a_1 = -1, a_2 = 1$; г) $a_1 = 1, a_2 = -1$.

2. Для чисто рекурсивных фильтров, используя общую форму записи передаточной функции

$$H(z) = \frac{1}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (2.2)$$

по заданным значениям коэффициентов b_1 и b_2 :

- рассчитать значения полюсов и построить нуль-полюсные диаграммы;
- записать разностные уравнения;
- используя нуль-полюсную диаграмму, изобразить ожидаемый график АЧХ.

Коэффициенты фильтра имеют следующие значения:

а) $b_1 = b_2 = 0,5$; б) $b_1 = -0,5, b_2 = -0,125$; в) $b_1 = 0, b_2 = 0,81$;

г) $b_1 = 0, b_2 = -0,81$.

3. Для чисто рекурсивных фильтров по заданным координатам полюсов:

- построить нуль-полюсную диаграмму;
- записать выражение для передаточной функции $H(z)$;
- записать разностные уравнения;
- изобразить ожидаемый график АЧХ.

Заданные координаты полюсов:

а) $z_{П1} = 0,8, z_{П2} = 0,5$; б) $z_{П1} = 0,8, z_{П2} = -0,8$; в) $z_{П1} = z_{П2} = 0,8$;

г) $z_{П1} = z_{П2} = -0,8$; д) $z_{П1,2} = \pm j0,8$; е) $z_{П1,2} = 0,9 \exp(\pm j\pi/4)$.

2.3. Указания по работе с программой *DFD* (Digit Filter Design– Проектирование цифровых фильтров).

1) Режим ввода нуль-полюсной диаграммы.

Вызвать программу *DFD*.

Появляется меню, содержащее следующие позиции:

Classical IIR Design (Синтез классических БИХ-фильтров).

Classical FIR Design (Синтез классических КИХ-фильтров).

Pole - Zero Placement (Размещение полюсов и нулей).

Arbitrary FIR-Design (Синтез КИХ-фильтров с произвольной АЧХ).

Load Filter Specification (Загрузка описания фильтра).

Preferences (Установки).

Quit (Выход).

Выбрать рубрику *Pole - Zero Placement*.

На экране появляется заданная в качестве примера нуль-полюсная диаграмма и соответствующая ей АЧХ цифрового фильтра. Перед тем, как продолжать работу, необходимо удалить появившуюся нуль-полюсную диаграмму. Для этого надо нажимать на кнопку *delete selected* (удалить выделенное) до тех пор, пока на диаграмме не исчезнут все нули и полюсы. При этом график АЧХ (*Magnitude vs Frequency*) становится горизонтальной прямой.

Для размещения особой точки нажимают на одну из кнопок справа от нуль-полюсной диаграммы: *add pole*, если вводят полюс, или *add zero*, если вводят нуль. В результате в начале координат появляется особая точка соответствующего типа. Размещение этой точки в нужном месте нуль-полюсной диаграммы можно осуществить одним из двух способов.

Первый способ. Подвести курсор к особой точке и нажать на левую клавишу "мыши". Не отпуская клавишу, "подхватить" особую точку и перемещать ее, наблюдая за изменениями ее координат. При достижении нужных координат отпустить клавишу мыши, что приведет к фиксации положения особой точки.

Второй способ. Записать координаты особой точки в соответствующих окнах, расположенных справа от нуль-полюсной диаграммы. Вначале, с помощью кнопки *coordinates* выбирается система координат: прямоугольная *rectangular*, когда особая точка задается величиной *value*, т.е. значениями действительной и мнимой части, или полярная *polar*, когда особая точка задается модулем *r* и фазой *theta* в радианах. После записи координат особой точки надо вывести курсор из окон и щелкнуть левой клавишей "мыши". В результате на нуль-полюсной диаграмме появляется особая точка с данными координатами.

При вводе комплексно-сопряженных нулей и полюсов задаются координаты особой точки только с положительной мнимой частью. Программа *DFD* сама устанавливает сопряженную особую точку с отрицательной мнимой частью. При вводе вещественных нулей и полюсов необходимо сделать отметку в поле *real*.

После ввода всех особых точек под нуль-полюсной диаграммой можно наблюдать график соответствующей АЧХ.

Для получения нормированной АЧХ надо с помощью кнопки в правой нижней части экрана включить режим *Normalize On*.

В программе *DFD* при построении АЧХ, ФЧХ, импульсной и переходной характеристик считается по умолчанию, что частота дискретизации равна 1 Гц. В поле *Sampling rate* можно задать другую частоту дискретизации.

2) Анализ характеристик цифровых фильтров.

Вывести курсор на широкую кнопку *File menu* над нуль-полюсной диаграммой. Нажать на левую клавишу "мыши" и, не отпуская ее, в появившемся подменю вызвать команду *Analysis*.

Появляются графики АЧХ, ФЧХ, импульсной и переходной характеристик цифрового фильтра, а также его нуль-полюсная диаграмма и выражение для передаточной функции $H(z)$. Все графики, а также нуль-полюсную диаграмму можно развернуть на весь экран, если нажать на кнопку справа вверху от соответствующего графика (диаграммы). Графики используются для выполнения необходимых измерений.

2.4. Содержание лабораторной работы

1) После вызова программы *DFD* ввести рассчитанные при домашней подготовке значения нулей и полюсов.

2) Перейти в режим анализа. Сравнить результаты анализа с домашними расчетами. Сделать выводы. Полагая, что частота дискретизации равна 1 кГц, получить графики АЧХ, ФЧХ, импульсную и переходную характеристики, используя масштаб реальных частот и реального времени.

Контрольные вопросы

1) Запишите в общем виде выражение для передаточной функции цифрового фильтра. Изобразите структурную схему такого фильтра и напишите разностное уравнение фильтра.

2) Что такое КИХ-фильтр? БИХ-фильтр? Приведите выражения для передаточных функций фильтров 1-го и 2-го порядка, изобразите структурные схемы фильтров.

3) Выражение для передаточной функции фильтра имеет вид

$$H(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} - 3z^{-4} - 2z^{-5} - z^{-6}$$

Каков тип этого фильтра (КИХ или БИХ)? Запишите выражение для импульсной характеристики этого фильтра.

4) Известны координаты особых точек передаточной функции фильтров:

а) Фильтр 1:

- нули $z_{01} = 1$, $z_{02} = -1$,
- полюсы $z_{11} = j0,8$, $z_{12} = -j0,8$.

б) Фильтр 2:

- нули $z_{01} = j$, $z_{02} = -j$,
- полюсы $z_{11} = 0,8$, $z_{12} = -0,8$.

Изобразите АЧХ этих фильтров.